



Como a otimização de trajetórias bang-bang afeta as diferentes classes de planejadores

Caio de Macedo Schweitzer | caio.ms2004@aluno.ifsc.edu.br¹
Ana Laura Ladir de Oliveira Martins | ana.llom@aluno.ifsc.edu.br²
Isadora Gatelli Demétrio | isadora.g12@aluno.ifsc.edu.br³

Trabalho de Pesquisa e Extensão
DT 4 - Inovação Tecnológica, Processos Produtivos e Futuro das Tecnologias

Resumo:

A Cerberus é uma equipe de robótica do Instituto Federal de Santa Catarina (IFSC) que compete na Small Size League (SSL) da RoboCup. Este trabalho analisou como diferentes classes de planejadores são afetadas por otimização bang-bang no planejamento de trajetória de robôs autônomos de futebol da equipe, concluindo que a otimização utilizada leva à convergência dos tempos de trajetória, porém ainda se obtém diferentes tempos de planejamento. O método utilizado avalia diferentes métricas para classificar caminhos mais eficientes que considerem a cinemática do robô, impedindo a sugestão de caminhos que poderiam diminuir a eficiência em jogo.

Palavras-chave: robótica; inteligência artificial; *path planning*; otimização de trajetórias; planejamento de caminho.

Introdução

O planejamento de trajetória, juntamente com percepção e controle, constitui um dos pilares da navegação autônoma em sistemas robóticos (LaValle, 2006). Esses componentes tornam-se especialmente críticos em ambientes dinâmicos e multiagentes — como a Small Size League (SSL) da RoboCup —, nos quais o controle autônomo é mandatório e a eficiência computacional do planejamento impacta diretamente o desempenho em jogo.

Este trabalho investiga o impacto da otimização bang-bang em diferentes classes de planejadores, propondo um planejador geométrico determinístico baseado em tangentes a obstáculos e comparando-o a métodos baseados em grafos (A^*) e amostragem (RRT) sob um mesmo pipeline de avaliação. Essa abordagem permite isolar o impacto do refinamento

¹ Estudante de Engenharia Mecatrônica do Instituto Federal de Santa Catarina.

² Estudante de Engenharia Mecatrônica do Instituto Federal de Santa Catarina.

³ Estudante de Engenharia Mecatrônica do Instituto Federal de Santa Catarina.

de trajetórias sobre cada método e evidenciar em que medida a qualidade da solução inicial influencia o desempenho final — uma dimensão que por vezes é negligenciada em avaliações que consideram apenas a etapa de planejamento.

Fundamentação teórica

O planejamento de caminho determina uma sequência de posições livres de colisão entre um estado inicial e um objetivo (LaValle, 2006). Na literatura, os métodos são comumente classificados em três paradigmas. Planejadores baseados em grafos, como o A*, discretizam o espaço e exploram nós com base em custo acumulado e heurística admissível, garantindo completude e otimalidade na discretização (Hart; Nilsson; Raphael, 1968). Planejadores baseados em amostragem, como o RRT, constroem árvores a partir de amostras aleatórias, sendo probabilisticamente completos e escaláveis, porém gerando caminhos irregulares (Karlsson et al., 1998). Métodos geométricos determinísticos exploram tangentes a obstáculos sem discretização nem amostragem, produzindo caminhos mais diretos, embora sua completude dependa da estrutura do ambiente e da heurística adotada.

Um caminho, contudo, é apenas uma sequência geométrica sem referência temporal. Para sua execução, é necessário convertê-lo em trajetória, incorporando velocidade e aceleração ao longo do tempo, respeitando restrições cinemáticas. O controle bang-bang, derivado do Princípio do Máximo de Pontryagin, produz perfis de aceleração comutados que minimizam o tempo de percurso por segmento, assumindo repouso nos vértices. Essa abordagem, embora tempo-ótima localmente, resulta em trajetórias conservadoras com paradas desnecessárias — uma limitação frequentemente negligenciada em avaliações focadas apenas no planejamento.

A etapa de otimização busca superar essa limitação. LaValle, Sakcak e LaValle (2023) estendem a formulação para sistemas multi-eixo por sincronização temporal, assumindo apenas limites de aceleração, e propõem a substituição iterativa de segmentos por conexões tempo-ótimas livres de colisão. Com a inclusão de restrições de velocidade máxima, os perfis tornam-se do tipo bang-coast-bang, compatíveis com sistemas reais e sem a necessidade de repouso nos vértices.

Procedimentos metodológicos

Os experimentos são conduzidos em um ambiente simulado bidimensional representando o campo da SSL, com dimensões $13,4 \times 10,4$ m, modelado como um quadrilátero de fronteira rígida. A escolha de um ambiente simulado justifica-se pela necessidade de controle total sobre as condições experimentais e pela possibilidade de avaliar os planejadores em larga escala sem dependência de hardware físico.

Os obstáculos são de dois tipos: círculos, como aproximação dos robôs adversários e aliados, e quadriláteros, representando estruturas fixas como traves ou áreas a serem evitadas. Essa modelagem reflete as condições reais da SSL, onde os agentes móveis são aproximados por formas circulares e as estruturas do campo por polígonos regulares.

Cada cenário é gerado aleatoriamente, distribuindo n_c círculos e n_q quadriláteros com posições e tamanhos sorteados dentro do campo. A geração aleatória com semente fixa garante reprodutibilidade e permite comparar os planejadores sob condições idênticas, eliminando viés de seleção dos cenários.

Os três planejadores são comparados sob o mesmo pipeline — planejamento, geração de trajetória bang-bang, otimização por substituição iterativa de subintervalos e integração numérica — de modo que as diferenças observadas sejam atribuídas exclusivamente ao planejador e não às etapas subsequentes. O A* opera sobre uma grade de resolução de 0,5 m com vizinhança de 8 direções, heurística euclidiana e limite de 50.000 nós expandidos, resolução escolhida como compromisso entre precisão geométrica e custo computacional. O RRT utiliza passo de extensão fixo com amostragem uniforme, viés ao objetivo de 10% e limite de 5.000 iterações. O planejador geométrico proposto constrói uma árvore por expansão de tangentes, com comprimento limitado a 1,5 m, backtracking automático, heurística euclidiana e limite de 1.000 iterações.

As métricas registradas são os tempos de cada etapa, o tempo total do pipeline, o comprimento geométrico do caminho, a duração da trajetória antes e após a otimização e a taxa de sucesso na geração de trajetórias por número de cenários. Essas métricas permitem avaliar tanto a qualidade da solução geométrica quanto o ganho efetivo da etapa

de otimização, alinhando-se ao objetivo de verificar se o planejador proposto produz trajetórias competitivas em tempo e comprimento.

Os experimentos variam a densidade de obstáculos em quatro configurações (≈ 7 , 20, 28 e 40 obstáculos por cenário), definidas por $n_c \in \{5, 15, 21, 30\}$ e $n_q \in \{2, 5, 7, 10\}$, com o objetivo de avaliar o comportamento dos planejadores em ambientes de complexidade crescente. Cada configuração é avaliada em 1.000 cenários, considerando apenas os casos em que os três planejadores encontram solução, de forma a garantir comparações válidas sobre um conjunto comum de instâncias. Os parâmetros cinemáticos adotados são velocidade máxima de 3,0 m/s e aceleração máxima de 3,0 m/s² em ambos os eixos, com velocidade inicial nula, valores compatíveis com as especificações físicas dos robôs da SSL.

Espera-se que o planejador geométrico produza caminhos mais diretos que o RRT e com menor custo computacional que o A* em ambientes densos, e que a etapa de otimização reduza de forma consistente a duração das trajetórias em relação à versão bang-bang pura.

Resultados e discussões

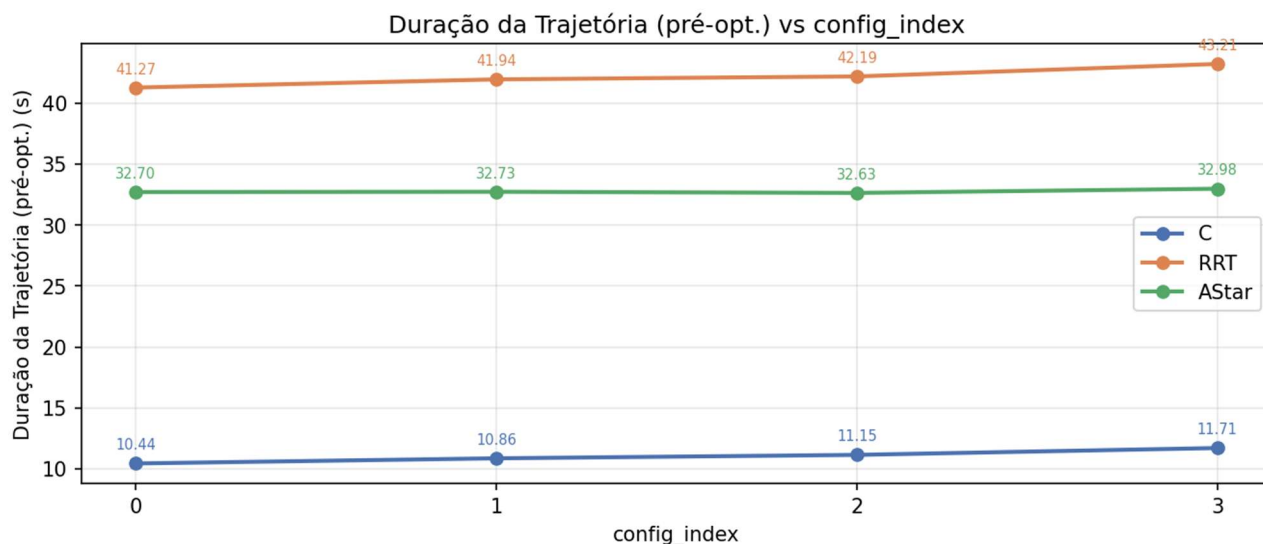
Os resultados consideram exclusivamente os cenários em que os três planejadores obtiveram sucesso, garantindo comparabilidade direta. A Tabela 1 apresenta as quatro configurações de densidade avaliadas. A análise de robustez é apresentada ao final desta seção.

Tabela 1 - Relação de cenário com *config_index*.

<i>Config_index</i>	n_c	n_q	Total de obstáculos
0	5	2	7
1	15	5	20
2	21	7	28
3	30	10	40

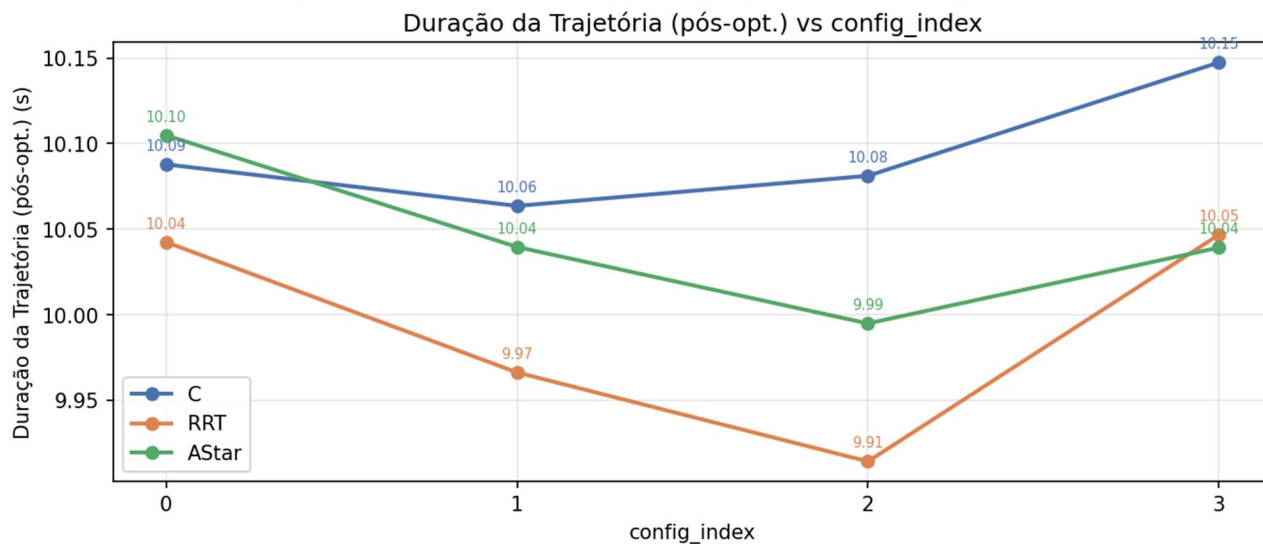
Fonte: elaborada pelos autores (2026).

Figura 1 – Tempo de trajetória antes da otimização.



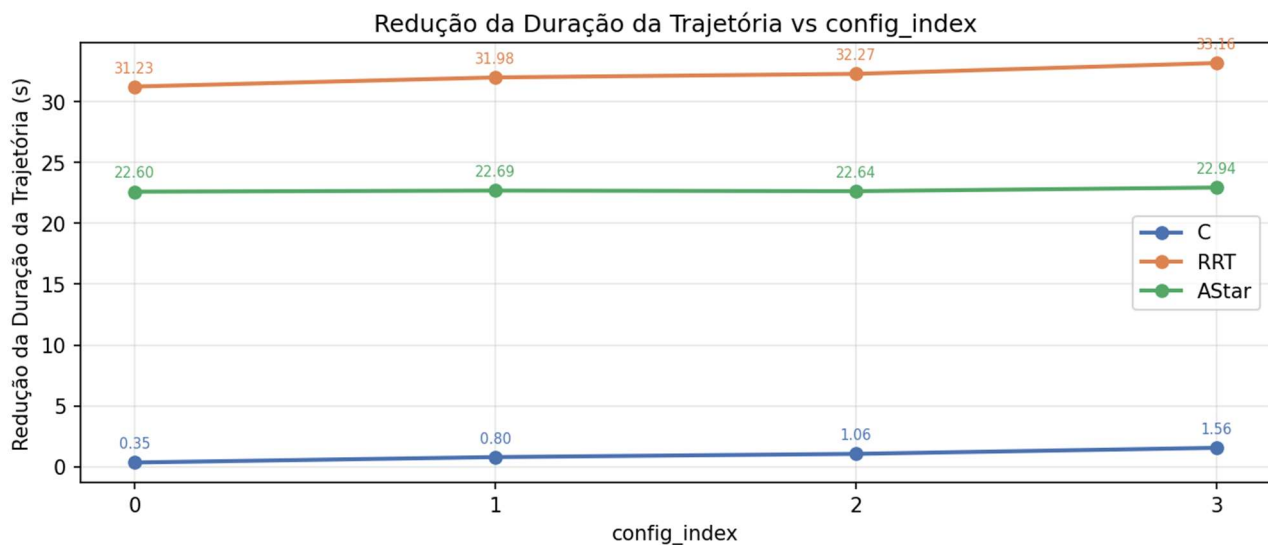
Fonte: elaborada pelos autores (2026).

Figura 2 – Tempo de trajetória depois da otimização.



Fonte: elaborada pelos autores (2026).

Figura 3 – Redução de tempo de trajetória por método.

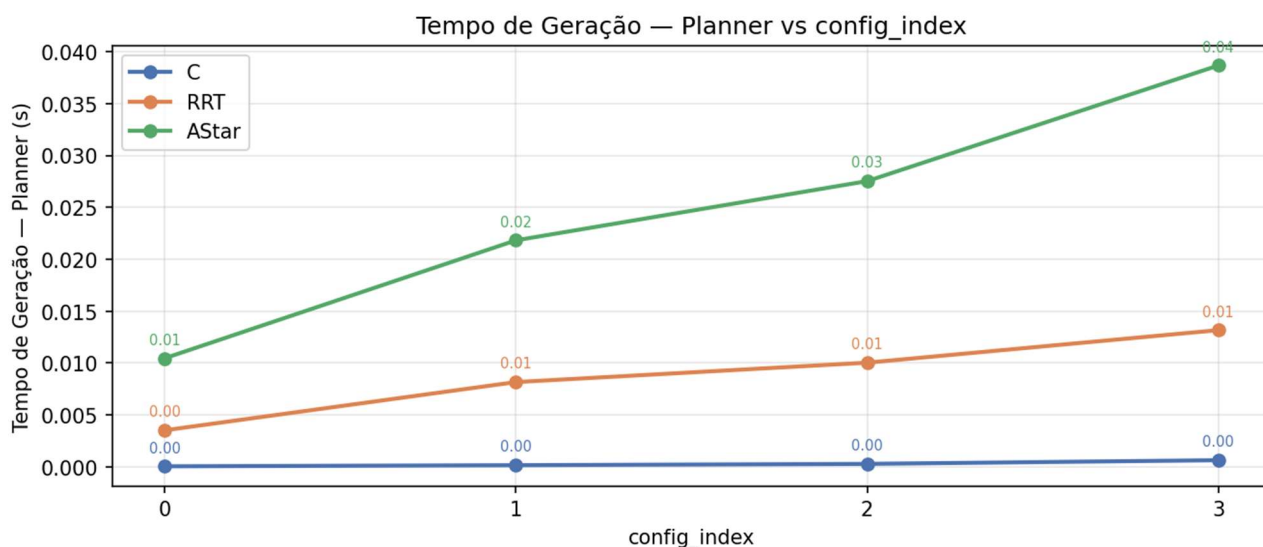


Fonte: elaborada pelos autores (2026).

Antes da otimização, observam-se diferenças significativas entre os métodos (Figuras 1 e 3). O RRT apresenta os maiores tempos de trajetória ($\approx 40\text{--}43$ s), seguido pelo A* ($\approx 32\text{--}33$ s), enquanto o planejador geométrico proposto apresenta valores substancialmente menores ($\approx 10\text{--}11$ s), reflexo da maior diretividade dos caminhos gerados.

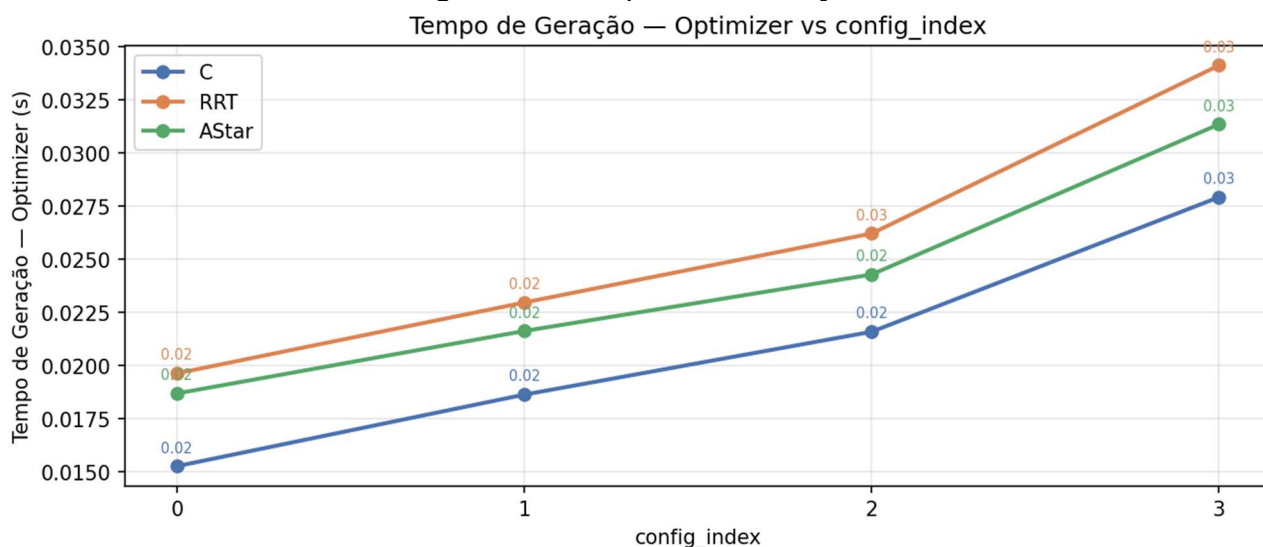
Após a otimização bang-bang, todos os métodos convergem para tempos praticamente equivalentes (≈ 10 s), independentemente da densidade de obstáculos (Figura 2), evidenciando que a otimização atua como forte mecanismo de equalização entre paradigmas. O impacto, entretanto, não é uniforme: o RRT apresenta as maiores reduções absolutas (≈ 30 s), seguido pelo A* (≈ 22 s), enquanto o método proposto apresenta ganhos marginais ($< 1,5$ s). Isso indica que métodos baseados em amostragem e grafos produzem trajetórias dinamicamente subótimas, dependendo fortemente de refinamento posterior. A constância dos tempos finais sugere que o limite de velocidade impõe um regime dominante (bang-coast-bang), reduzindo a influência das diferenças geométricas entre os métodos.

Figura 4 – Tempo de planejamento.



Fonte: elaborada pelos autores (2026).

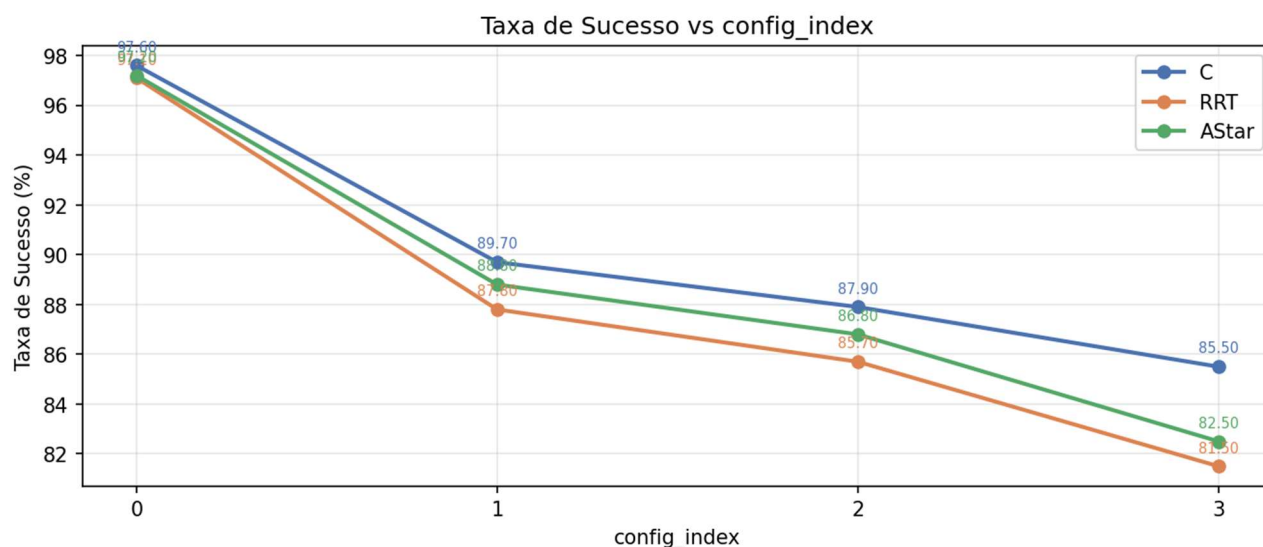
Figura 5 – Tempo de otimização.



Fonte: elaborada pelos autores (2026).

Do ponto de vista computacional (Figuras 4 e 5), o RRT apresenta o maior custo de otimização, o A* ocupa posição intermediária e o método proposto apresenta o menor custo global. O aumento da densidade de obstáculos eleva o custo de planejamento e otimização para todos os métodos, mas não altera significativamente o tempo final das trajetórias otimizadas.

Figura 6 – Taxa de sucesso por método.



Fonte: elaborada pelos autores (2026).

A análise de robustez indica que a taxa de sucesso diminui com a densidade de obstáculos para todos os métodos (Figura 6). O planejador geométrico apresenta maior robustez relativa ($\approx 85,5\%$), seguido pelo A* ($\approx 82,5\%$) e pelo RRT ($\approx 81,5\%$), caracterizando uma troca entre robustez e eficiência computacional.

Em síntese, embora a otimização bang-bang tenda a equalizar o desempenho final, a escolha do planejador permanece relevante em termos de custo computacional, qualidade inicial das soluções e taxa de sucesso em cenários de alta densidade.

Considerações finais

Este trabalho demonstrou que, embora existam diferenças significativas na qualidade inicial dos caminhos, a otimização bang-bang leva à convergência no tempo final das trajetórias, evidenciando a dominância das restrições dinâmicas sobre as diferenças geométricas. O método proposto apresentou soluções mais próximas do ótimo, menor custo computacional e maior taxa de sucesso em cenários complexos, mantendo-se relevante mesmo após a equalização promovida pela otimização.

Conclui-se que a avaliação de planejadores deve considerar o pipeline completo. Como trabalhos futuros, destacam-se a extensão para ambientes dinâmicos com obstáculos em movimento — cenário central nas partidas da RoboCup — e a integração



mais estreita entre planejamento e controle, permitindo que o planejador considere o estado cinemático atual do robô ao gerar novas trajetórias.

Referências

HART, Peter E.; NILSSON, Nils J.; RAPHAEL, Bertram. A formal basis for the heuristic determination of minimum cost paths. **IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics**, v. 4, n. 2, p. 100–107, 1968.

LAVALLE, Steven M. **Planning algorithms**. Cambridge: Cambridge University Press, 2006.

LAVALLE, Alexander J.; SAKCAK, Basak; LAVALLE, Steven M. Bang-bang boosting of RRTs. In: IEEE/RSJ INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTELLIGENT ROBOTS AND SYSTEMS, 2023, Detroit. **Anais [...]**. [S. l.]: IEEE, 2023. p. 2869–2876. DOI: 10.1109/IROS55552.2023.10341760.

LAVALLE, Steven M. **Rapidly-exploring random trees: a new tool for path planning**. Ames: Iowa State University, 1998. (Technical Report, 98-11).

ROBOCUP FEDERATION. **RoboCup Small Size League Rules**. Disponível em: <https://ssl.robocup.org/>. Acesso em: 2 maio 2026.