PROPORCIONALIDADE E REGRA DE TRÊS

Gustavo Camargo Bérti
gustavo.berti@ifsc.edu.br

Resumo

A regra de três é um método de cálculo baseado na proporcionalidade entre grandezas, essencial para resolver problemas do cotidiano. Este estudo aborda os conceitos de proporção, com foco em grandezas diretamente proporcionais, ou seja, que crescem ou diminuem juntas, ou inversamente proporcionais, nas quais o aumento de uma implica na diminuição da outra. Também é explorada a regra de três composta, aplicada em situações com múltiplas grandezas, como no cálculo da carga horária necessária para construir uma estrada, considerando equipes, tempo e distância. A compreensão desse conceito permite interpretar e resolver situações-problema de forma lógica, eficiente e fundamentada, sendo uma habilidade matemática importante em diversas áreas do conhecimento e na tomada de decisões práticas do dia a dia. Além disso, favorece o desenvolvimento do raciocínio proporcional, contribuindo para uma melhor análise quantitativa de situações reais e maior autonomia na resolução de desafios matemáticos.

Palavras-chave: Proporcionalidade. Regra de três. Grandezas.

Libras

REVISTA DE EDUCAÇÃO
A DISTÂNCIA DO IFSC

Proporcionalidade e regra de três

Gustavo Camargo Bérti

Objetivos

Este material foi produzido a fim de que você seja capaz de:

- reconhecer relações de proporcionalidade entre grandezas;
- resolver situações-problema pertinentes por meio de regra de três.

1 Iniciando o estudo

A regra de três é um dos procedimentos de cálculo mais usados no cotidiano, porém, muitas vezes, as pessoas a utilizam sem compreender os conhecimentos envolvidos. Neste estudo vamos abordar os conceitos relativos à proporcionalidade entre grandezas para entender melhor a teoria presente no cálculo via regra de três.

2 Proporção

Proporção é uma igualdade entre razões, por exemplo $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$ (podemos ler: 1 está para 2, assim como 5 está para 10).

Sabendo que duas razões formam uma proporção é possível descobrir uma incógnita, como por exemplo em $\frac{3}{7} = \frac{8}{x}$, donde segue que $x = \frac{56}{3} = 18,\underline{6}$ para que a igualdade seja válida.

REVISTA DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA DO IFSC

3 Proporcionalidade entre duas grandezas

Por vezes, ao observar o comportamento de duas grandezas, percebe-se que elas se relacionam de modo que é possível formar proporções com os dados referentes a cada grandeza, considerando as mesmas observações. Vamos abordar a seguir dois tipos de situações que envolvem relações dessa natureza: a proporção direta e a proporção inversa.

3.1 Grandezas diretamente proporcionais

Duas grandezas são diretamente proporcionais quando sempre for possível formar uma proporção considerando as razões de cada grandeza. Vejamos duas situações para entender melhor esse conceito.

No Quadro 1, temos uma tabela que mostra o número de copos comprados e o preço a pagar. Considerando que o padrão da tabela se mantém, percebemos que as grandezas envolvidas são diretamente proporcionais, uma vez que sempre temos uma proporção ao utilizar as razões formadas por cada grandeza (observando as mesmas duas linhas): $\frac{2}{5} = \frac{10}{25}$, $\frac{2}{7} = \frac{10}{35}$, $\frac{2}{20} = \frac{10}{100}$, $\frac{5}{7} = \frac{25}{35}$, $\frac{5}{20} = \frac{25}{100}$ e $\frac{7}{20} = \frac{35}{100}$.

Quadro 1 - Exemplo de grandezas diretamente proporcionais

Número de copos comprados	Preço a pagar (R$)
2	10
5	25
7	35
20	100

Fonte: O autor.

REVISTA DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA DO IFSC

Quando sabemos que duas grandezas são diretamente proporcionais, podemos utilizar uma proporção formada para encontrar um dado desconhecido, a popular **regra de três**. No Quadro 2, em que temos as grandezas diretamente proporcionais do Quadro 1, calculamos que o preço a pagar por 15 copos é R$ 75,00, em função da proporção montada $\frac{2}{15} = \frac{10}{x}$, que implica em $x = 75$.

Quadro 2 - Preço a pagar por 15 copos

Número de copos comprados	Preço a pagar (R$)
2	10
15	x

Fonte: O autor.

Uma forma de determinar se duas grandezas são diretamente proporcionais é pensar se a pergunta a seguir tem “sim” como resposta: “se uma grandeza aumenta, a outra aumenta na mesma proporção?" (análogo para o caso em que diminui).

É importante compreender que nem sempre as duas grandezas aumentam na mesma proporção, conforme ilustra o Quadro 3, que traz a relação entre um ângulo (em graus) e o seno deste, onde se percebe que as razões não formam proporção, visto que $\frac{30}{60} \neq \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{3}}$, e consequentemente não se pode aplicar regra de três para o cálculo do seno de um ângulo que não está na tabela.

Quadro 3 - Relação entre ângulo e seno

Ângulo (em graus)	Seno
30	$\frac{1}{2}$
60	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

Fonte: O autor.

3.2 Grandezas inversamente proporcionais

Duas grandezas são inversamente proporcionais sempre quando for possível montar uma proporção considerando a razão de uma grandeza e o inverso da razão da outra grandeza (observando as mesmas duas linhas). Vejamos uma situação para entender melhor.

No Quadro 4 temos uma tabela que mostra a velocidade constante e o tempo gasto para determinado percurso. Considerando que o padrão da tabela se mantém, podemos perceber que as grandezas envolvidas são inversamente proporcionais, uma vez que qualquer razão da velocidade forma uma proporção com o inverso da razão do tempo (considerando as mesmas duas linhas): $\frac{20}{40} = \left(\frac{240}{120}\right)^{-1}$, $\frac{20}{80} = \left(\frac{240}{60}\right)^{-1}$, $\frac{20}{100} = \left(\frac{240}{48}\right)^{-1}$, $\frac{40}{80} = \left(\frac{120}{60}\right)^{-1}$, $\frac{40}{100} = \left(\frac{120}{48}\right)^{-1}$ e $\frac{80}{100} = \left(\frac{60}{48}\right)^{-1}$.

Quadro 4 - Exemplo de grandezas inversamente proporcionais

Velocidade (km/h)	Tempo (min)
20	240
40	120
80	60
100	48

Fonte: O autor.

Quando sabemos que duas grandezas são inversamente proporcionais, podemos utilizar regra de três para encontrar um dado desconhecido, montando a proporção de forma adequada. No Quadro 5, em que temos as grandezas inversamente proporcionais do Quadro 4, calculamos que o tempo gasto para realizar o percurso em questão, a uma velocidade constante de 60km/h, é de 80min, em função da proporção montada $\frac{100}{60} = \left(\frac{48}{x}\right)^{-1}$, que implica em $x = 80$.

Quadro 5 - Tempo gasto para o percurso a uma velocidade constante de 60km/h

Velocidade (km/h)	Tempo (min)
100	48
60	x

Fonte: O autor.

Uma forma de determinar se duas grandezas são inversamente proporcionais é verificar se a pergunta a seguir tem “sim” como resposta a: “se uma grandeza aumenta, a outra diminui na mesma proporção?"

4 Regra de três composta

Podemos pensar na relação entre mais de duas grandezas, e caso elas sejam duas a duas, direta ou inversamente proporcionais, podemos aplicar o conceito de regra de três composta.

Vejamos uma situação-problema a seguir para entender essa ideia:

Empregando 3 equipes, consegue-se construir 6km de estrada em 8 dias, trabalhando 8h por dia. Usando 4 equipes, durante 14 dias, qual a carga horária diária de cada trabalhador para que sejam executados 7 km de estrada?

Quadro 6 - Organização da regra de três composta para resolver o exemplo acima

Número de equipes	Comprimento da estrada (km)	Período de execução (dias)	Carga horária diária de trabalho (h)
3	6	8	8
4	7	14	x

Fonte: O autor

Para montar a regra de três composta que resolve o exemplo esquematizado no Quadro 6, precisamos comparar a relação entre a grandeza do dado que queremos calcular (carga horária diária de trabalho) com cada uma das demais:

- a carga horária diária de trabalho é inversamente proporcional ao número de equipes, visto que aumentando o número de equipes, a carga horária diária de trabalho diminui na mesma proporção, considerando as outras duas grandezas constantes;
- a carga horária diária de trabalho é diretamente proporcional ao comprimento da estrada, visto que aumentando tal comprimento, a carga horária diária de trabalho aumenta na mesma proporção, considerando as outras duas grandezas constantes;

- a carga horária diária de trabalho é inversamente proporcional ao período de execução, visto que aumentando o período de execução, a carga horária diária de trabalho diminui na mesma proporção, considerando as outras duas grandezas constantes.

Um dos membros da proporção é a razão que envolve a grandeza do dado a ser calculado e o outro é o produto das razões que envolvem as demais grandezas, considerando os inversos quando inversamente proporcionais à grandeza do outro membro da igualdade, conforme esquematizado a seguir:

$$\frac{8}{x} = \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} \cdot \frac{6}{7} \cdot \left(\frac{8}{14}\right)^{-1} \Rightarrow \frac{8}{x} = \frac{4}{3} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{14}{8} \Rightarrow \frac{8}{x} = \frac{2}{1} \Rightarrow x = 4$$

Sendo assim, é preciso que as 4 equipes **trabalhem 4h por dia** para executar 7km de estrada em 14 dias.

Concluindo o estudo

Com este estudo você está apto a perceber as situações-problema que podem ser resolvidas por meio de regra de três e formular procedimentos resolutivos justificados pela relação entre as grandezas envolvidas.

Referências consultadas

LIMA, E. L.; WAGNER, E.; CARVALHO, P. C. P.; MORGADO, A. C. **Temas e problemas elementares.** 5. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2013.