

ATIVIDADES PARA O ENSINO DE FUNÇÃO QUADRÁTICA APLICADA A FENÔMENOS AVIÔNICOS POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

ACTIVITIES FOR TEACHING OF QUADRATIC FUNCTIONS APPLIED TO AVIONIC PHENOMENA BY MEANS OF MATHEMATICAL MODELING

ACTIVIDADES PARA LA ENSEÑANZA DE FUNCIÓN CUADRÁTICA APLICADA A FENÓMENOS AVIÓNICOS POR MEDIO DE LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA

Fernando Guimarães da Silva (Mestre)

Acadêmico do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias
Universidade do Estado de Santa Catarina-UDESC
E-mail: fgsbr06@yahoo.com.br

Rogério de Aguiar (Doutor)

Docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias
Universidade do Estado de Santa Catarina-UDESC
E-mail: rogerville2001@gmail.com

Ivanete Zuchi Siple (Doutora)

Docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias
Universidade do Estado de Santa Catarina-UDESC
E-mail: ivazuchi@gmail.com

RESUMO

Esse trabalho versa sobre uma prática de ensino de função quadrática apoiada pela metodologia da modelagem matemática, realizada com os alunos do Ensino Médio – Educação de Jovens e Adultos (EJA). Essa prática envolveu a proposição de modelos matemáticos para a descrição de fenômenos aviônicos, visando a promover a aprendizagem significativa de função quadrática aos estudantes do Ensino Médio. Nas atividades foram utilizadas as fases da modelagem matemática, de acordo com as concepções de Almeida (2013) e também o conceito de aprendizagem significativa de Ausubel, em que foram elaborados mapas conceituais, de acordo com as concepções de Moreira (2010a). A pesquisa é qualitativa e a metodologia utilizada em sala de aula começou com questões para verificar o conhecimento dos estudantes, no que se refere à função quadrática, dentre outras fases da modelagem matemática. Os resultados oriundos da experimentação das atividades em duas turmas da EJA, sendo uma particular e outra pública estadual, evidenciaram que os modelos apresentados promoveram a aprendizagem significativa desses estudantes.

Palavras-chave: Função quadrática. Modelagem matemática. Aprendizagem significativa. Educação de Jovens Adultos.

ABSTRACT

This paper presents a teaching practice supported by the mathematical modeling methodology, carried out with high school students of the Youth and Adult Education (EJA). This practice involved the proposition of mathematical models to describe avionic phenomena to promote meaningful learning of quadratic functions for high school students. In the activities, the mathematical modeling phases were used according to the conceptions of Almeida (2013), and also the concept of meaningful learning of Ausubel. In addition, conceptual maps were developed according to the conceptions of Moreira (2010a). The methodology used for the qualitative research started with a questionnaire in class to verify the knowledge of the students regarding quadratic functions, among other phases of mathematical modeling. The results from the experimentation of the activities in two EJA classes, being one in a private school and the other in a state public school, showed that the presented models promoted students' meaningful learning.

Keywords: Quadratic function. Mathematical modeling. Meaningful learning. Youth and Adult Education.

RESUMEN

Este trabajo versa sobre una práctica de enseñanza de función cuadrática apoyada por la metodología de la modelización matemática, realizada con los alumnos de la Enseñanza Secundaria – Educación de Jóvenes y Adultos (EJA). Esta práctica utilizó la proposición de modelos matemáticos para la descripción de fenómenos aviónicos, con el fin de promover el aprendizaje significativo de función cuadrática a los estudiantes de la Enseñanza Secundaria. En las actividades utilizamos las fases de la modelización matemática, de acuerdo con las concepciones de Almeida (2013) y, también, el concepto de aprendizaje significativo de Ausubel, en que se elaboraron mapas conceptuales, de acuerdo con las concepciones de Moreira (2010a). La investigación es cualitativa y la metodología utilizada en el aula comenzó con cuestiones para verificar el conocimiento de los estudiantes, en lo que se refiere a la función cuadrática, entre otras fases de la modelización matemática. Los resultados provenientes de la experimentación de las actividades en dos grupos de la EJA, siendo una particular y otra pública estatal, evidenciaron que los modelos presentados promovieron el aprendizaje significativo de estos estudiantes.

Palavras-chave: Función cuadrática. Modelado matemático. Aprendizaje significativo. Educación de Jóvenes y Adultos.

1 INTRODUÇÃO

As turmas do Ensino Médio na Educação de Jovens e Adultos (EJA) não são homogêneas, havendo, em sala de aula, estudantes de diferentes idades e níveis de conhecimento adquirido. Esse aluno da EJA vive, em geral, uma história de exclusão que limita seu acesso a bens culturais e materiais produzidos pela sociedade, sendo que a sua possibilidade de escolarização permite construir estratégias para resolver problemas, estimular a iniciativa e o trabalho coletivo e ter autonomia para enfrentar os desafios, no intuito de reverter esse

processo (BRASIL, 2002).

A Matemática tem papel importante na construção das estratégias mencionadas, isso porque há necessidade, cada vez mais, do aluno quantificar o real, na sua condição de cidadão do mundo:

Na Educação de Jovens e Adultos, a atividade matemática deve integrar de forma equilibrada, dois papéis indissociáveis: formativo, voltado ao desenvolvimento de capacidades intelectuais para a estruturação do pensamento; funcional, dirigido à aplicação dessas capacidades na vida prática e a resolução de problemas nas diferentes áreas do conhecimento. (BRASIL, 2002, p.11).

Os estudantes da EJA são, geralmente, profissionais nos períodos matutino e vespertino e durante o período noturno se dedicam aos estudos, buscando uma oportunidade, por meio da escolarização, de transformar a sua realidade:

É próprio do ser humano o impulso de conhecer o mundo e transformar a realidade. Todas as pessoas têm, em qualquer idade, capacidade, necessidade e direito de ampliar seus conhecimentos e partilhar do acervo cultural, científico, tecnológico e artístico construído pela humanidade. A necessidade que os indivíduos têm de rever e organizar os fundamentos de sua cultura acentua-se em um mundo em permanente transformação. (BRASIL, 2007, p.26).

A EJA compreendida como um processo de formação continuada dos cidadãos, constitui um dos caminhos de oportunidades educacionais desses cidadãos, que foram excluídos ou não tiveram acesso ao sistema escolar, para mudarem a qualidade de sua intervenção na sociedade. A compreensão da Matemática como uma forma de ler o mundo, é um dos pilares importantes para a evolução constante dos indivíduos na sociedade contemporânea, pois possibilita analisar criticamente os fenômenos, identificando relações e conexões entre eles.

Conforme Fonseca (2006), atualmente, é reconhecida, pelo menos em termos de discurso, a importância da Matemática para a solução de problemas reais, urgentes e vitais nas atividades profissionais ou no exercício da cidadania, vivenciadas pelos alunos em especial da EJA, destacando, assim, a responsabilidade das escolhas pedagógicas que possibilitem um ensino de matemática com problemas significativos para os alunos e não apenas com tarefas que preconizam a repetição e aplicação de fórmulas.

Dentro dessa realidade, este trabalho é oriundo de uma pesquisa em nível de mestrado profissional e tem como foco o processo de aprendizagem de função quadrática, fazendo uso da metodologia da modelagem matemática, a qual possibilitou evidenciar a relação

interdisciplinar entre este tipo de função e os fenômenos aviônicos. O estudo das funções, por ser um caminho fértil para trabalhar com situações cotidianas, possibilita ao aluno aplicar a linguagem matemática em situações-problema e, assim, construir modelos descritivos de fenômenos, que possibilitam realizar várias conexões da matemática e de outras áreas.

Esta pesquisa se justifica devido à necessidade de contribuir com o processo de ensino de função quadrática em que, muitas vezes, a ênfase está na representação algébrica, dificultando a compreensão dos estudantes, em vários níveis de ensino e, em particular, aos estudantes da EJA.

Para dar conta do que está proposto acima, este texto se organiza nas seguintes seções: em (1), Introdução, estão expostos os aspectos até aqui explicitados; em (2), Referencial teórico, em que serão apresentadas as concepções de Almeida (2013) e o conceito de aprendizagem significativa de Ausubel, ressignificado por Moreira (2010a), em que foram elaborados mapas conceituais, os quais possibilitaram a verificação dos indícios deste tipo de aprendizagem. Em (3), Na Metodologia de pesquisa, serão apresentadas as modalidades de uma pesquisa qualitativa, em que foram aplicadas as atividades de modelagem matemática em estabelecimentos de ensino da EJA. Em (4), serão realizadas a descrição e a análise dos resultados, oriundos da aplicação dessas atividades de modelagem matemática. Por fim, em (5), na Conclusão, retoma-se ao objetivo da pesquisa para analisar o percurso de todo o processo.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este trabalho visa a contribuir com o ensino de função quadrática dos estudantes, assim, o conteúdo teórico trata da aprendizagem significativa, uma teoria proposta por David Ausubel (1918-2008), sendo aquela que “ocorre quando as ideias novas estão ligadas a informações ou conceitos já existentes na estrutura cognitiva do indivíduo” (SOARES, 2009, p.53). A realização de uma atividade de modelagem matemática, em sala de aula, pode proporcionar a aprendizagem significativa entre os estudantes, sendo associada, dentre outros motivos, ao conhecimento compartilhado durante as discussões em grupo:

As atividades compartilhadas podem contribuir com a aprendizagem de cada participante de forma diferenciada, mas têm uma importante função social de promover um espaço para discussões e troca de significados. O trabalho com modelagem em situações de ensino proporciona uma atmosfera propícia para essa troca de significados. (ALMEIDA, 2013, p. 37).

Nesse contexto, existem os mapas conceituais que “são diagramas indicando relações entre conceitos, ou entre palavras que usamos para representar conceitos” (MOREIRA, 2010a, p.11). Os mapas conceituais são elaborados pelos alunos, sendo que os conceitos traçados por eles e as relações estabelecidas entre esses conceitos, no âmbito da Matemática ou fora dela, é importante para se verificar os indícios de aprendizagem significativa.

A modelagem matemática apresenta característica multidisciplinar, envolvendo elementos matemáticos e não-matemáticos para resolução de uma determinada situação-problema. Neste trabalho, a metodologia é dividida nas seguintes fases, de acordo com Almeida (2013): a primeira fase é representada pela “Inteiração”. Trata-se do momento em que os estudantes têm o primeiro contato com as situações-problema, que no caso em questão são os procedimentos de decolagem e sustentação de uma aeronave. A segunda é a fase de “Matematização”, onde os estudantes têm a oportunidade de estudar os conceitos matemáticos envolvidos no processo, que neste trabalho é o estudo da função quadrática e seus elementos. Na terceira, a fase de “Resolução”, os estudantes utilizam os modelos matemáticos, visando a resolução das situações-problema mencionadas.

Na fase da Resolução, em específico, contou-se com o suporte do software GeoGebra, que de acordo com Nogueira (2015) propõe mecanismos de inovação para o ensino de Matemática, em que é possível a visualização do movimento gráfico de uma função, de acordo com a variação dos coeficientes. Após a Resolução, conforme Almeida (2013), temos a fase de “Interpretação de resultados e validação” onde os modelos são avaliados pelos envolvidos no processo, na busca constante das resoluções das situações-problema e a possibilidade de validação, por parte do pesquisador, quando da apresentação dos modelos matemáticos.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), referentes ao Ensino Médio, é mencionado que o conceito de função ajuda a compreender o comportamento de certos fenômenos. Neste trabalho, estamos abordando a função quadrática e sua relação com os fenômenos aviônicos, de modo a contribuir com o processo de aprendizagem deste tipo de função, além da possibilidade de compreensão de conteúdos extramatemáticos.

Segundo Lima (2017), a função quadrática é um modelo matemático que descreve o movimento uniformemente variado, sendo esta especificação bastante abordada na atividade de modelagem relativa ao procedimento decolagem. Por outro lado, quando se efetuou o estudo de uma aeronave em pleno voo, constatou-se que duas das forças que atuam sobre essa aeronave, e que se anulam quando ocorre o equilíbrio, são representadas pelo seu peso e pela

sua sustentação.

Segundo Soria (2006), a sustentação é a força que mantém o avião em voo, contrariando o seu peso, respeitando-se a equação:

$$L = C_L \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S$$

As variáveis que são diretamente proporcionais à sustentação (L) da aeronave, segundo Berto (2005), são as seguintes: S representa a área da asa de um avião; v é a velocidade desse avião; ρ é a densidade do ar; e C_L é o coeficiente de sustentação da aeronave. Nos estudos da decolagem e da sustentação, é sempre bom lembrar que os parâmetros da função quadrática são fundamentais para a devida leitura das características de sua representação gráfica, a parábola e, conseqüentemente, o comportamento da aeronave na pista ou em pleno voo.

3 METODOLOGIA

Esta pesquisa é do tipo qualitativa e exploratória, de acordo com as concepções de Kauark et al (2010, p. 26), sendo que os procedimentos a seguir relacionados visaram ao ensino de função quadrática, utilizando-se a tendência da Modelagem Matemática aos estudantes do primeiro ano do Ensino Médio (EJA).

A forma de conduzir os trabalhos, em sala de aula, estava de acordo com o Caso 1, de Barbosa (2001), em que o pesquisador apresentou as situações-problema, disponibilizando as informações necessárias para a realização das atividades, cabendo aos alunos a busca das respectivas resoluções. Foram propostos modelos matemáticos abordando o conceito de função quadrática e sua relação com os fenômenos aviônicos de decolagem e sustentação de uma aeronave. Foram realizadas simulações utilizando o software matemático GeoGebra e avaliados o desempenho dos estudantes na compreensão dos conteúdos, por meio da verificação das fases da modelagem matemática, bem como pela utilização dos mapas conceituais.

As atividades de modelagem matemática, contendo as respectivas tarefas dos procedimentos de decolagem (TD) e sustentação (TS), conforme ilustra o Quadro 1, foram aplicadas em duas turmas da EJA, sendo uma de instituição privada e outra pública estadual:

Quadro 1 – Atividades de modelagem matemática

ATIVIDADES	TAREFAS DO FENÔMENO	DESCRIÇÃO
------------	---------------------	-----------

DECOLAGEM	TD1	Conceito de função quadrática
	TD2	Inteiração com o procedimento de decolagem
	TD3	Matematização da atividade de modelagem
	TD4	Utilização do modelo matemático da decolagem
	TD5, TD6 e TD7	Elaboração dos mapas conceituais sobre a função quadrática; o procedimento de decolagem; e a possibilidade de relação entre a Matemática e a decolagem, respectivamente.
SUSTENTAÇÃO	TS1	Conceito de função quadrática
	TS2	Inteiração com o fenômeno de sustentação
	TS3	Matematização da atividade de modelagem
	TS4	Utilização do modelo matemático da sustentação
	TS5, TS6 e TS7	Elaboração dos mapas conceituais sobre a função quadrática; o fenômeno de sustentação; e a possibilidade de relação entre a Matemática e este fenômeno, respectivamente.

Fonte: Elaborado pelos autores, 2019.

A atividade sobre decolagem de uma aeronave foi realizada numa turma da EJA, do Colégio Professora Neide Krüger, situado na cidade de Joinville-SC. A atividade sobre sustentação de uma aeronave foi realizada numa turma do Centro de Educação de Jovens e Adultos (CEJA), situado na cidade de São José-SC.

Para a realização dessas atividades, foram distribuídos formulários específicos para cada tarefa proposta, sendo recolhidos após a realização das mesmas. Também, foram registradas em áudio, as discussões em grupo, diante das tarefas apresentadas, exclusivamente, em sala de aula. Além disso, os termos de consentimento livre e esclarecido (TCLE), previstos pelo Conselho de Ética, foram assinados por parte dos envolvidos em ambas atividades.

A primeira atividade, relacionada ao fenômeno de decolagem de uma aeronave, consistiu de cinco encontros para aplicação da metodologia de modelagem matemática (Quadro

2), com a duração de cinquenta minutos cada um deles, sendo que a coleta de dados ocorreu por meio da resolução de tarefas e gravação de áudios, inseridas no contexto da modelagem, e da elaboração dos mapas conceituais.

Quadro 2 - Encontros da atividade relativa à decolagem

ENCONTRO	DESCRIÇÃO	DATA
1	Verificação dos conhecimentos básicos dos alunos relativos a função quadrática	02/08/2017
2	Abordados os conceitos básicos sobre função quadrática e elaboração dos primeiros mapas conceituais sobre o assunto; e Fase de Inteiração: ocorreu o primeiro contato dos alunos com a situação-problema, relativa à decolagem.	09/08/2017
3	Diante da situação-problema os alunos iniciaram a Fase de Matematização; e Elaboração dos mapas conceituais da situação-problema.	16/08/2017
4	Os alunos traçaram os mapas conceituais relativos à possível relação entre a função quadrática e o fenômeno aviônico	23/08/2017
5	Fase de resolução com suporte do software GeoGebra; interpretação e validação dos modelos matemáticos; e questionário de opinião.	06/09/2017

Fonte: Elaborado pelos autores, 2019.

De uma forma mais específica, a Tarefa TD1 (Quadro 1) deste trabalho, tinha como objetivo básico saber se os estudantes, de forma individual, tinham conhecimento do que é uma função quadrática, qual a sua representação gráfica e se existe relação da função quadrática com outra área do conhecimento.

Na Tarefa TD2, inserida no contexto da modelagem matemática, esses estudantes tiveram o primeiro contato com a situação-problema: “O Tucano, que é um tipo de aeronave, por seus próprios meios, parte de um ponto de origem na cabeceira da pista de um aeroporto qualquer e percorre a distância necessária para ficar na iminência de levantar voo. Dados: aceleração: $1,6 \text{ m/s}^2$; tempo de decolagem: 25s; e velocidade no final da pista: 40 m/s ”.

O enunciado da situação-problema, relacionada ao procedimento de decolagem, existe para que os alunos possam se inteirar dos acontecimentos, viabilizando-se o caminho para as discussões entre esses alunos; entre o mediador (professor durante a aplicação da atividade) e os grupos; e, posteriormente, as respostas para as questões das tarefas propostas, envolvendo, inclusive, a apresentação de um modelo matemático.

Os estudantes foram divididos em grupos que se alternavam à medida que uma tarefa

diferente era realizada. Nesta tarefa (TD2) em específico, quatro grupos a realizaram e foram classificados como 1A, 1B, 1C e 1D para discutirem e responderem três questões, a saber: 1) Já observou a decolagem de uma aeronave? Na sua opinião, o que seria a decolagem de uma aeronave? 2) As condições meteorológicas (ou climáticas) têm alguma relação com o mundo dos aviões? Por quê? e 3) O que entendeu dos “dados” fornecidos na situação-problema?

Na Tarefa TD3, a conexão da situação-problema com o conceito matemático e sua linguagem. Os estudantes foram divididos em quatro grupos para responderem nove questões, dentre elas a Questão 1: “Existem semelhanças entre as três funções abaixo relacionadas? Se existem, quais são? Se não existem, por quê?”

$$g(x) = 3x^2 + 4x + 2;$$

$$s(t) = \frac{1}{2}at^2 + V_o t + S_o.$$

Na Tarefa TD4, havia questões sobre o desenvolvimento do conteúdo matemático e sua possível relação com o aspecto cinemático da função. Os estudantes foram divididos em três grupos, onde ficaram diante de um aplicativo desenvolvido no GeoGebra, utilizado como suporte tecnológico da tarefa, e buscaram respostas para oito questões, dentre elas a Questão 1, importante para compreensão do fenômeno aviônico e sua respectiva representação gráfica: “Configurar o valor da aceleração, da velocidade inicial e da posição inicial da aeronave”.

No que se refere às tarefas inseridas no contexto dos mapas conceituais, tivemos a Tarefa TD5, em que os estudantes interagiram com conceitos relativos à função quadrática, elaborando os seus primeiros mapas conceituais de forma individual. Na Tarefa TD6, elaboraram os mapas conceituais, individualmente, relativos à decolagem de uma aeronave. Na Tarefa TD7, elaboraram os mapas conceituais, em duplas, na tentativa de estabelecer a relação entre conceitos da função quadrática e conceitos do processo de decolagem.

Na segunda atividade, relacionada ao fenômeno de sustentação de uma aeronave, houve dois encontros (Quadro 3) correspondentes a cinco aulas de quarenta e cinco minutos cada uma, para aplicação da modelagem matemática em sala de aula, bem como do preenchimento dos mapas conceituais:

Quadro 3 – Encontros da atividade relativa à sustentação

ENCONTRO	DESCRIÇÃO	DATA
1	Efetuada as assinaturas dos termos de consentimento livre e esclarecido pelos envolvidos; Verificação dos conhecimentos básicos dos estudantes relativos a função quadrática; Esses conceitos básicos foram abordados em sala de aula, visando a elaboração dos primeiros mapas conceituais do assunto; Ocorreu o primeiro contato dos alunos com a situação-problema, relacionada a sustentação de uma aeronave; e Elaboração dos mapas conceituais relativos a sustentação e respectiva matematização.	31/10/2017
2	Os estudantes estabeleceram a possibilidade de relação entre a função quadrática e a sustentação, elaborando-se os mapas conceituais; Fase de resolução mediante suporte do GeoGebra; e Interpretação e validação dos modelos matemáticos por parte dos envolvidos, além dos questionários de opinião.	7/11/2017

Fonte: Elaborado pelos autores, 2019.

A Tarefa TS1 (Quadro 1), de uma forma mais específica, tinha o mesmo objetivo do fenômeno aviônico anterior, ou seja, conhecimento do que é uma função quadrática.

Na Tarefa TS2, inserida no contexto da modelagem matemática, esses estudantes tiveram o primeiro contato com a situação-problema, sendo o seu enunciado: Por que um avião se mantém em voo? Podemos exemplificar com uma aeronave do tipo A-320, que está voando a $1/3$ de sua velocidade de cruzeiro¹¹. As forças da natureza atuam sobre essa aeronave, sendo que uma delas é a força peso, que empurra essa aeronave para baixo e, em contrapartida, existe aquela que se opõe ao peso, denominada “força de sustentação”. Uma das razões da aeronave se manter voando é devido ao equilíbrio dessas forças.

No mesmo exemplo, considerar que o A-320 Airbus (Figura 1) voa com um determinado ângulo de ataque (elevação do avião em relação à horizontal); este ângulo gera um coeficiente de sustentação que afeta o movimento da aeronave; tem o ar que o cerca; e tem suas asas que possuem uma determinada superfície. Dados: densidade do ar $1,2 \text{ kg/m}^3$; velocidade cruzeiro 236 m/s ; superfície da asa 123 m^2 ; peso da aeronave 630000N ; e coeficiente de sustentação $0,32$.

¹¹ Velocidade de cruzeiro é considerada a ideal para um determinado percurso, onde é possível a aeronave se manter estável, voando em linha reta.

Figura 1: A-320 Airbus



Fonte: Planespotters.net²

Na Tarefa TS2, ainda, três grupos a realizaram e foram classificados como 2A, 2B e 2C para discutirem as questões envolvidas no processo, dentre elas a Questão 3 – “O que entendeu dos dados fornecidos na situação-problema”?; Na Tarefa TS3, as questões são respondidas para que haja o “desenvolvimento da Matemática”. Os estudantes foram divididos em três grupos para responderem seis questões, dentre elas a Questão 3b, que é importante para a compreensão do conceito de função quadrática: Qual a concavidade de sua representação gráfica?

Na Tarefa TS4, havia questões sobre a possível relação entre função quadrática e a sustentação. Os estudantes foram divididos em três grupos. Eles ficaram diante de um aplicativo desenvolvido no GeoGebra e buscaram respostas para nove questões, dentre elas a Questão 1, importante para compreensão do fenômeno aviônico: “Configurar a sustentação em função da velocidade da aeronave, de acordo com os dados mencionados. Qual a representação gráfica apresentada”? No que se refere às tarefas relativas aos mapas conceituais: na Tarefa TS5, os estudantes elaboraram os mapas conceituais sobre função quadrática, individualmente. Na Tarefa TS6, elaboraram os mapas conceituais relativos a sustentação de uma aeronave, em duplas. Na Tarefa TS7, elaboraram os mapas conceituais, em grupos, estabelecendo-se a relação entre os conceitos da função quadrática e da sustentação.

4 DISCUSSÃO E ANÁLISE DE DADOS

A discussão abordará, primeiramente, os resultados relativos ao conhecimento dos alunos sobre função quadrática. Em um segundo momento, a abordagem no contexto da modelagem matemática e respectivos extratos das discussões, realizadas em sala de aula,

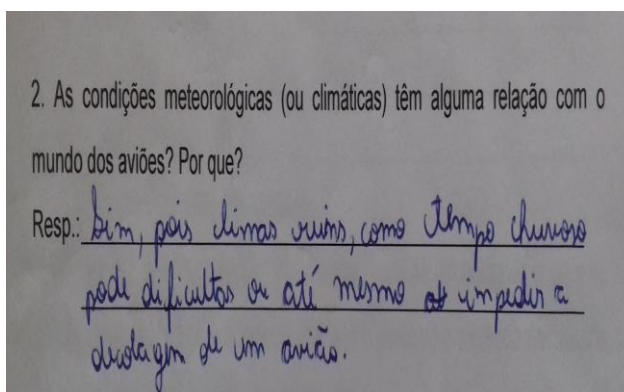
² Disponível em: <https://www.planespotters.net/photo/606055/f-wwba-airbus-industrie-airbus-a320-111>.

mediante as gravações de áudio dos envolvidos no processo. Em um terceiro momento, os resultados no contexto dos mapas conceituais, nas duas aplicações realizadas nas instituições de ensino mencionadas.

As Tarefas TD1 e TS1 foram realizadas pelos estudantes, tendo os seus registros recolhidos pelo pesquisador. Na tarefa TD1, dos alunos participantes, nenhum deles conhecia o conceito de função quadrática. Por outro lado, na tarefa TS1, dos alunos daquele encontro, a metade não conhecia o referido conceito.

Nas Tarefas TD2 e TS2 (Fase de Inteiração), ao serem analisados os resultados no contexto da modelagem matemática, os grupos 1D e 2A apresentaram compreensões “satisfatórias” nas questões 2 e 3, conforme ilustram as Figuras 2 e 3 abaixo, sobre as situações-problema da decolagem e sustentação, respectivamente.

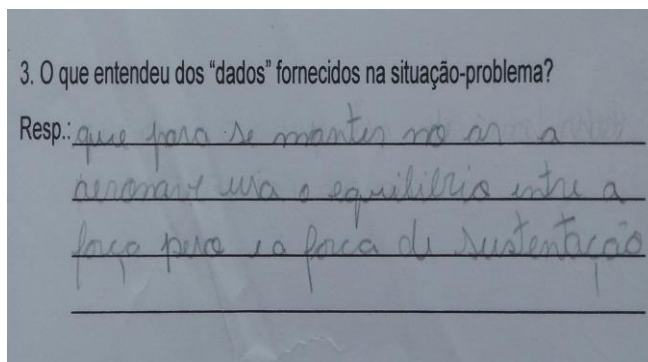
Figura 2: Dados do Grupo 1D



Fonte: Acervo dos autores, 2019.

As condições meteorológicas são fundamentais para que haja sucesso na decolagem de uma aeronave e a Figura 2 ilustrou a preocupação do grupo 1D com essas más condições climáticas, que podem comprometer o desempenho de uma aeronave neste tipo de procedimento.

Figura 3: Dados do Grupo 2A



Fonte: Acervo dos autores, 2019.

O grupo 2A observou a existência de duas forças no procedimento (Figura 3), de sustentação e de peso, as quais se opõem e necessitam se equilibrar para que seja possível a permanência em voo da aeronave.

Observou-se que, na situação-problema da decolagem, houve mais grupos que compreenderam as questões, conforme ilustra o Quadro 4:

Quadro 4 – Desempenho dos estudantes na fase de Inteiração.

GRUPO	DECOLAGEM			SUSTENTAÇÃO			
	C	PC	E	GRUPO	C	PC	E
1A	2	1	0	2A	2	0	1
1B	1	0	2	2B	0	1	2
1C	0	1	2	2C	1	1	1
1D	2	0	1	-	-	-	-
TOTAL	5	2	5	TOTAL	3	2	4

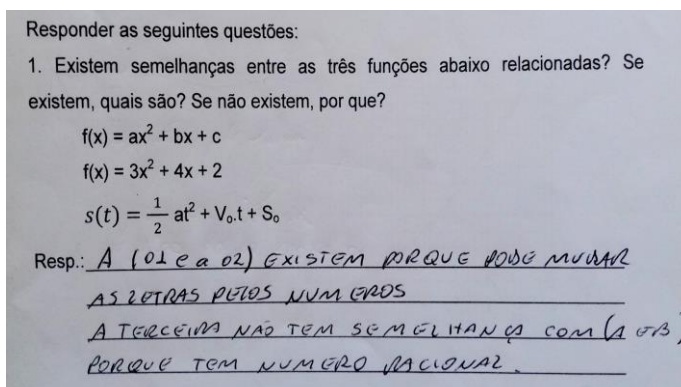
Legenda: C=Certo; PC=Parcialmente Certo; E=Errado.

Fonte: Elaborado pelos autores, 2019.

Tivemos cinco respostas certas, duas parcialmente certas e cinco erradas, num total de doze respostas. Na situação-problema da sustentação (Quadro 4), houve mais grupos que compreenderam as questões e tivemos três respostas certas, duas parcialmente certas e quatro erradas, num total de nove respostas.

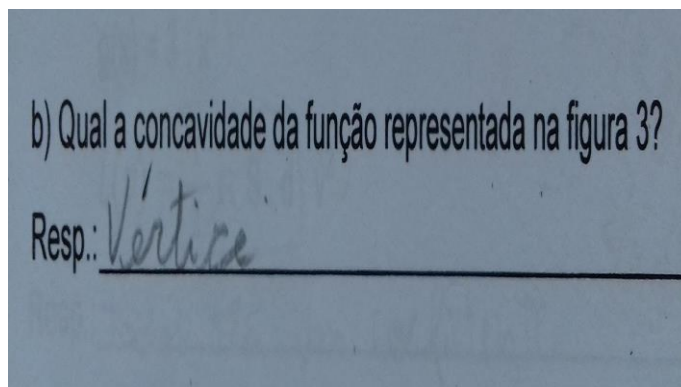
Nas Tarefas TD3 e TS3 (Fase de Matematização), as questões foram respondidas visando o desenvolvimento matemático, sendo que na Questão 1 o grupo 1D, tentando encontrar uma relação entre as funções (Figura 4) e na Questão 3b o grupo 2B tentando encontrar a sua solução (Figura 5), responderam de forma “equivocada” os assuntos abordados.

Figura 4: Dados do Grupo 1D



Fonte: Acervo dos autores, 2019.

Figura 5: Dados do Grupo 2B



Fonte: Acervo dos autores, 2019.

As três funções (Figura 4) apresentam, como característica principal, o grau dois, com parâmetros pertencentes aos números reais, tendo como condição de existência o coeficiente do termo de maior grau ser diferente de zero. Além disso, se o parâmetro a for positivo, a concavidade (Figura 5) da representação gráfica da função é voltada para cima e se este parâmetro a for negativo, é voltada para baixo.

Observou-se, ainda, que na situação-problema da decolagem (Quadro 5), houve mais grupos que compreenderam as questões de matematização, sendo que houve vinte e quatro respostas certas e doze erradas, num total de trinta e seis respostas.

Quadro 5 – Desempenho dos estudantes na fase de Matemáticação.

DECOLAGEM				SUSTENTAÇÃO			
GRUPO	C	PC	E	GRUPO	C	PC	E
1A	8	0	1	2A	5	1	0
1B	4	0	5	2B	4	0	2
1C	6	0	3	2C	4	1	1
1D	6	0	3	-	-	-	-
TOTAL	24	0	12	TOTAL	13	2	3

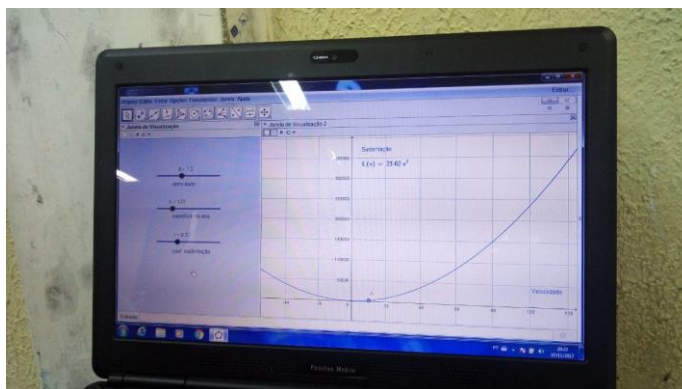
Legenda: C=Certo; PC=Parcialmente Certo; E=Errado.

Fonte: Elaborado pelos autores, 2019.

Da mesma forma, verificando-se a situação-problema da sustentação (Quadro 5), houve mais grupos que compreenderam as questões, uma vez que tivemos, treze respostas certas, duas parcialmente certas e três erradas, num total de dezoito respostas.

Nas Tarefas TD4 e TS4 (Fase de Resolução) os grupos tiveram a oportunidade de utilizar os modelos matemáticos, visando a resolução da situação-problema da decolagem e a Questão 1 mencionada envolveu o conhecimento dos parâmetros da função quadrática e sua relação com as variáveis físicas, sendo requisitos importantes para se chegar ao modelo matemático. Assim, o grupo 1B respondeu “satisfatoriamente”, sendo encontrado o modelo para resolver a situação-problema, onde o valor do parâmetro a da função $s(t) = 0,8t^2$ é a metade da aceleração mencionada; o parâmetro b tem o valor zero devido a aeronave partir do repouso; e o parâmetro c , o valor zero devido ao movimento partir da cabeceira da pista, sendo considerada ponto de origem do processo de decolagem.

Na Questão 1, da situação-problema da sustentação, o grupo 2A apresentou o modelo de sustentação que resolvia a situação-problema, tendo como parâmetro a o valor correspondente à metade do produto entre a densidade do ar $d = 1,2 \text{ kg/m}^3$, a superfície da asa $S = 123 \text{ m}^2$ e o coeficiente de sustentação $r = 0,32$; o parâmetro b no valor de zero; e o parâmetro c no valor de zero. O modelo matemático encontrado foi representado, algebricamente, por $l(v) = 23,62v^2$ e, graficamente, pela parábola ilustrada na Figura 6:

Figura 6: Dados do Grupo 2A

Fonte: Acervo dos autores, 2019.

Além disso, na situação-problema da decolagem (Quadro 6) houve mais grupos que compreenderam as questões, na busca pelos modelos matemáticos, sendo que foram obtidas quinze respostas certas, seis parcialmente certas e três erradas, num total de vinte e quatro respostas.

Quadro 6 – Desempenho dos estudantes na fase de Resolução.

GRUPO	DECOLAGEM			GRUPO	SUSTENTAÇÃO		
	C	PC	E		C	PC	E
1A	3	4	1	2A	6	3	0
1B	6	1	1	2B	5	3	1
1C	6	1	1	2C	6	2	1
TOTAL	15	6	3	TOTAL	17	8	2

Legenda: C=Certo; PC=Parcialmente Certo; E=Errado.

Fonte: Elaborado pelos autores, 2019.

Da mesma forma, verificando-se a atividade de sustentação (Quadro 6), houve mais grupos que compreenderam as questões, uma vez que houve dezessete respostas certas, oito parcialmente certas e duas erradas, num total de vinte e sete respostas. Em complemento às informações dos Quadros 4, 5 e 6, foram realizadas gravações de áudios das discussões em grupo (Quadro 7), tendo como exemplo o desenvolvimento matemático no procedimento de decolagem, durante as atividades de modelagem matemática.

O objetivo principal na realização de uma atividade de modelagem não é encontrar o

modelo matemático propriamente dito, mas de procurar desenvolver o conteúdo matemático por intermédio de temas propostos, no caso deste trabalho os procedimentos de decolagem e sustentação, os quais podem auxiliar no ensino da função quadrática. Após a realização dos procedimentos previstos na metodologia da modelagem, de acordo com Almeida (2013, p. 16), o pesquisador pôde concluir a fase de Interpretação dos resultados e validação dos modelos matemáticos. No que se refere à elaboração dos mapas conceituais, a intenção das Tarefas TD5 a TD7 e TS5 a TS7 foi de propor aos estudantes que interagissem com os conceitos dentro dos contextos matemáticos e não-matemáticos deste trabalho.

Considerou-se, ainda, que esses estudantes demonstraram, na sua maioria, não conhecer o tema proposto, de acordo com os resultados das primeiras tarefas realizadas (TD1 e TS1). Houve a limitação de conhecimentos matemáticos e até de elementos da Física, por parte deles, sendo que os mapas foram propostos, visando abordar os conceitos inerentes aos processos de decolagem e de sustentação dos aviões.

Quadro 7 – Discussões sobre o procedimento de decolagem.

FASE	TRANSCRIÇÃO DE ÁUDIO	OBSERVAÇÕES
INTEIRAÇÃO	ALUNO 1: Não entendeu nada... ALUNO 2: Eu entendi mas eu não sei o que falar sobre aceleração... ALUNO 1: O avião precisa de um tempo para aceleração... ALUNO 2: Pegar uma certa velocidade...	Nessas observações dos integrantes do Grupo 1C, ao tentarem interpretar a situação-problema, eles mencionam variáveis que são fundamentais no estudo da cinemática, para que uma aeronave alcance o voo: a aceleração, o tempo e a velocidade.
MATEMATI-ZAÇÃO	ALUNO 1: A letra... então esses dois aqui tem relação... ALUNO 2: Hum... entre as três... o que vocês acham? ALUNO 3: É que são duas fórmulas... ALUNO 2: O que vocês acham? ALUNO 4: Matemática não é o meu forte... ALUNO 1: Deixa eu dar uma olhadinha... se tem relação... ALUNO 2: É pra ver se tem relação nas três... eu acho que tem... eu acho que só as fórmulas que mudam... mas todas elas são funções quadráticas...	Ao efetuarem as discussões, visando interpretar os elementos matemáticos, o Grupo 1A verificou a possibilidade de relação entre três funções, sendo uma delas a função de posição em relação ao tempo. O grupo chegou à conclusão de que existe relação entre as funções, classificando-as como funções quadráticas.
RESOLUÇÃO	ALUNO 1: É a aceleração... PESQUISADOR: sim... qual é a aceleração?	O valor da aceleração é importante na construção do

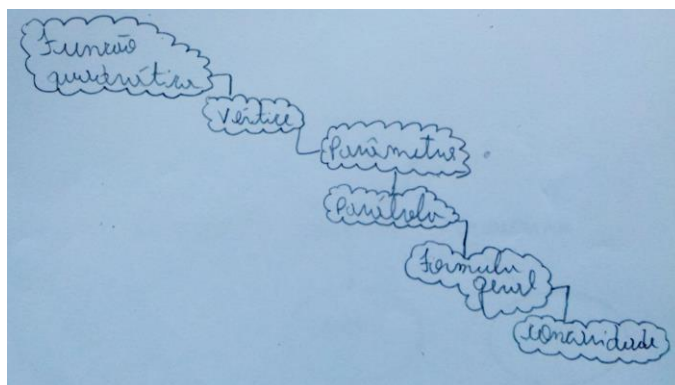
ALUNO 1: um vírgula seis metros quadrados... modelo matemático, pelo Grupo
PESQUISADOR: um vírgula seis não é isso? E aí? 1B.
ALUNO 2: Aqui está zero vírgula oito...
PESQUISADOR: Sim... e a fórmula? E a função Trata-se do parâmetro a da forma
que é essa daqui... lembram? O que vocês geral da função quadrática em
observam aqui no parâmetro a ? estudo, em que o grupo está
ALUNO 3: Metade? tentando estabelecer uma relação
PESQUISADOR: Exatamente... lógica com o aspecto cinemático
da aeronave na pista.

Fonte: Elaborado pelos autores, 2019.

De acordo com Moreira (2010b, p. 5), os mapas conceituais podem ser avaliados da seguinte forma: o “mapa bom” contém informações conceituais relevantes, está bem hierarquizado com o conceito inclusor no topo, em seguida os intermediários; o “mapa regular” apresenta alguns conceitos centrais do tema, mas, ainda assim, com uma hierarquia apreciável; e o “mapa deficiente” é muito pobre em conceitos sobre o conteúdo trabalhado.

Na elaboração dos mapas conceituais de função quadrática, um dos estudantes apresentou um mapa conceitual deficiente (Figura 7), devido à falta de hierarquização dos conceitos vistos em sala de aula, tais como a “concavidade” que possui um “vértice”.

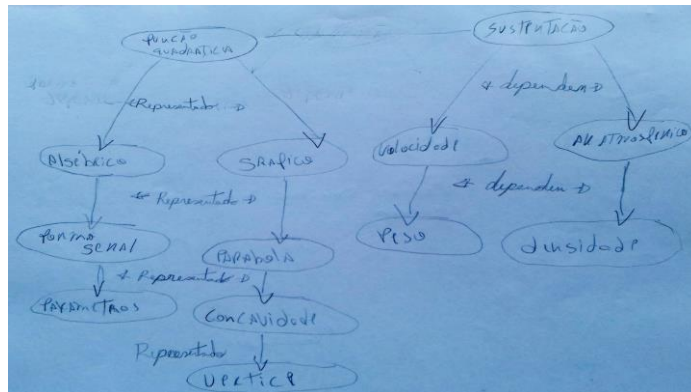
Figura 7: Mapa deficiente



Fonte: Acervo dos autores, 2019.

No entanto, houve um mapa conceitual bom apresentado pelos estudantes, conforme ilustra a Figura 8:

Figura 8: Mapa bom



Fonte: Acervo dos autores, 2019.

O mapa conceitual continha o conceito mais abrangente da função quadrática, os conceitos menos abrangentes aprendidos em sala de aula; as relações previstas entre eles, em que foram apresentados os respectivos conectivos; uma hierarquia apreciável entre os conceitos disponibilizados pelos estudantes, além de estabelecer uma relação extramatemática que possibilita construir novos significados. Nesta relação, foi possível explorar os conceitos relativos à sustentação, estabelecendo-se uma conexão entre a função quadrática e este tipo de fenômeno aviônico.

Os mapas conceituais da atividade de decolagem, em específico a abordagem da função quadrática (Quadro 8), foram elaborados de forma individual, sendo observado que um, dos dezesseis mapas apresentados, foi classificado como “mapa deficiente”; três foram “mapas regulares”; e doze foram classificados como “mapa bom”.

Quadro 8 – Mapas conceituais no procedimento de decolagem.

FUNÇÃO QUADRÁTICA			SUSTENTAÇÃO			RELAÇÃO ENTRE AS ÁREAS		
MD	MR	MB	MD	MR	MB	MD	MR	MB
1	3	12	4	11	2	0	2	5

Legenda: MB=Mapa Bom; MR=Mapa Regular; MD=Mapa Deficiente.

Fonte: Elaborado pelos autores, 2019.

Nos mapas conceituais sobre o procedimento de decolagem propriamente dito (Quadro 8), elaborados de forma individual, quatro, dos dezessete mapas apresentados, foram classificados como “mapa deficiente”; onze mapas foram classificados como “mapa regular”; e dois mapas foram classificados como “mapa bom”. Nos mapas conceituais elaborados em duplas, sobre a

relação entre as áreas, ou seja, entre a função quadrática e o fenômeno aviônico de decolagem (Quadro 8), não houve “mapa deficiente”; dois, dos sete existentes, foram classificados como “mapa regular”; e cinco foram classificados como “mapa bom”.

Na análise dos mapas conceituais da atividade de sustentação, em específico a função quadrática (Quadro 9), foram elaborados de forma individual, sendo observado que três, dos dez mapas apresentados, foram classificados como “mapa deficiente”; quatro foram “mapas regulares”; e três foram classificados como “mapa bom”.

Quadro 9 – Mapas conceituais no procedimento de sustentação.

FUNÇÃO QUADRÁTICA			SUSTENTAÇÃO			RELAÇÃO ENTRE AS ÁREAS		
MD	MR	MB	MD	MR	MB	MD	MR	MB
3	4	3	1	1	3	0	1	2

Legenda: MB=Mapa Bom; MR=Mapa Regular; MD=Mapa Deficiente.

Fonte: Elaborado pelos autores, 2019.

Nos mapas conceituais do procedimento de sustentação (Quadro 9), elaborados em duplas, um, dos cinco mapas apresentados, foi classificado como “mapa deficiente”; um mapa foi classificado como “mapa regular”; e três mapas foram classificados como “mapa bom”.

Nos mapas conceituais elaborados em duplas, sobre a relação entre as áreas, ou seja, entre a função quadrática e o fenômeno aviônico de sustentação (Quadro 9), não foi constatado “mapa deficiente”; um, dos três existentes, foi classificado como “mapa regular” e dois mapas foram classificados como “mapa bom”.

5 CONCLUSÃO

Nesta pesquisa, foi investigado se a proposição dos modelos matemáticos, relacionados aos procedimentos de decolagem e sustentação, possibilitaram a aprendizagem significativa de função quadrática aos estudantes do Ensino Médio, relativo a EJA. Para tanto, fez-se uso da metodologia da modelagem matemática, por intermédio das concepções de Almeida (2013), em que os estudantes demonstraram compreender as fases da modelagem, havendo o contato com as situações-problema de decolagem e de sustentação de uma aeronave, além das suas respectivas buscas pelos modelos matemáticos que as resolvessem. Para a verificação da aprendizagem, fez-se uso de mapas conceituais.

Os resultados oriundos da experimentação dessas atividades com a utilização da modelagem matemática, para desenvolver o conteúdo de função quadrática aos estudantes do primeiro ano do Ensino Médio da EJA, possibilitou aferir indícios de aprendizagem significativa, haja vista a desenvoltura dos grupos no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática e os resultados positivos dos seus mapas conceituais, relativos à função quadrática, aos conceitos dos fenômenos aviônicos abordados e aos conceitos inerentes a possível conexão entre os elementos matemáticos e não-matemáticos.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessoa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2013.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem na Educação Matemática**: contribuições para o debate teórico. REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, 2001. Rio de Janeiro, RJ. Disponível em:
http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes_modelagem/modulo_I/modelagem_barbosa.pdf. Acesso em: 19 jan. 2019.

BERTO, Mario Cesar. **Como funciona um avião**. 1ª JORNADA ESPACIAL. Centro Técnico Aeroespacial. São José dos Campos, SP, 2005. Disponível em:
https://educacaoespacial.files.wordpress.com/2010/10/ijespacial_05_avioes_como_funcionam.pdf. Acesso em: 19 jan. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos (Matemática)**. Brasília, DF, 2002. Disponível em:
http://portal.mec.gov.br/secad/arquivos/pdf/eja/propostacurricular/segundosegmento/vol3_matematica.pdf. Acesso em: 15 dez. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização e Diversidade (SECAD/MEC). **Educação de Jovens e Adultos**: uma memória contemporânea 1996-2004, Brasília, DF, 2007. Disponível em:
http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=657-vol1ejaelt-pdf&category_slug=documentos-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 15 dez. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) – Ensino Médio**. Brasília, DF. Disponível em:
<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 19 jan. 2019.

FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis – **Construção Coletiva**: Contribuições à Educação de Jovens e Adultos. Edições MEC/UNESCO. Brasília, DF, 2006. Disponível em:
http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=655-vol3const-pdf&category_slug=documentos-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 15 dez. 2018.

KAUARK, Fabiana da Silva; MANHÃES, Fernanda Castro; MEDEIROS, Carlos Henrique.

Metodologia da Pesquisa: Um Guia Prático. Bahia: Via Litterarum Editora, 2010.

LIMA, Elon Lages. **Números e funções reais**. Rio de Janeiro: Coleção PROFMAT, Sociedade Brasileira de Matemática, 2017.

MOREIRA, Marco Antonio. **Mapas conceituais e aprendizagem significativa**. São Paulo: Centauro Editora, 2010a.

MOREIRA, Marco Antonio; MENDONÇA, Conceição A.S; SILVEIRA, Felipa P.R.A. **Mapa conceitual:** um recurso didático para o ensino dos conceitos sobre sistema respiratório. Programa internacional de doutorado em ensino de ciências da Universidade de Burgos/UFRGS, 2010b. Disponível em: <http://www.nutes.ufrj.br/abrapec/viiiinpec/resumos/R1195-1.pdf>. Acesso em: 19 jan. 2019.

NOGUEIRA, Gabriel Leite. **Uma proposta metodológica para estudo, modelagem e aplicações de funções afins (lineares), quadráticas e exponenciais com o uso do software GeoGebra no ensino médio**. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) Programa de Pós-Graduação em Rede Nacional da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 2015. Disponível em: https://sca.profmtat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc.php?id=79387. Acesso em: 20 jan. 2019.

SOARES, Luís Havelange. **Aprendizagem Significativa na Educação Matemática:** uma proposta para aprendizagem de Geometria Básica. Dissertação de Mestrado em Educação. Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, Paraíba, 2009. Disponível em: <http://www.fisica.ufpb.br/~romero/pdf/DissertacaoHavelange.pdf>. Acesso em: 19 jan. 2019.

SORIA, Manoel Henrique Alba. **Introdução a Mecânica de Locomoção do Avião**. Departamento de Transportes, STT. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo, SP, 2006. Disponível em: <https://pt.scribd.com/document/349320926/Introducao-a-Mecanica-de-Locomocao-Do-Aviao>. Acesso em: 19 jan. 2019.